

15/05/2026

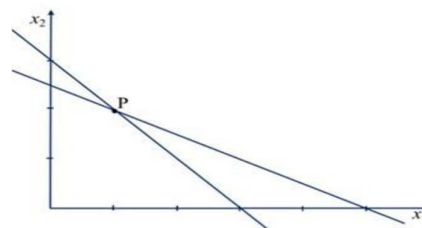
Época Normal

Duração: 2h

(Nota: Justifique todas as respostas e apresente os cálculos efetuados.)

1. Pretende-se preparar uma sobremesa à base de morango e iogurte. O conteúdo de uma taça deve pesar no máximo 300 g e fornecer pelo menos 50 unidades do nutriente N. Sabe-se que 100 g de morango fornecem 10 unidades de N e custam 20 cêntimos, e 100 g de iogurte fornecem 20 unidades de N e custam 50 cêntimos. Pretende-se determinar a quantidade de cada ingrediente que, minimizando o custo, garanta as restrições de peso e do nutriente N definidas. Sendo x_1 a quantidade (x 100g) de morango, e x_2 a quantidade (x 100g) de iogurte a usar na sobremesa, uma formulação em programação linear para este problema é:

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & z = 20x_1 + 50x_2 \\ \text{sujeito a} & x_1 + 2x_2 \geq 5 \quad (\text{requisito de nutriente N}) \\ & x_1 + x_2 \leq 3 \quad (\text{peso máximo da taça}) \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{array}$$



- a) (1,5 val.) Para resolver graficamente o problema começou por ser desenhada a figura colocada ao lado da formulação. Na sua folha complete a resolução gráfica, assinale a região admissível e mostre graficamente que P é o ponto ótimo. Indique a composição ótima da sobremesa bem como o seu custo.
- b) (2,5 val.) Considerando a 1ª restrição determine, **graficamente**, o preço sombra associado e o limite superior do intervalo de sensibilidade do termo independente. Interprete os valores obtidos de acordo com o problema proposto.
- c) (2 val.) Escreva o problema dual e determine a solução (variáveis de decisão e de folga) pelas relações de complementaridade.
- d) Para tornar a sobremesa mais rica, adicionou-se uma cobertura, em que 100 g custam 70 cêntimos e fornecem 30 unidades de N. Resolvido este novo problema, obteve-se o relatório de sensibilidade do Solver do Excel seguinte.

Variable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$5	x1	2	0	20	3,333333333	1E+30
\$C\$5	x2	0	5	50	1E+30	5
\$D\$5	x3	1	0	70	10	10

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$E\$3	requisito nutriente N	5	25	5	4	2
\$E\$4	peso taça	3	-5	3	2	1,333333333

- (i) (1 val.) Indique a composição ótima da sobremesa, assim como o seu custo total.
- (ii) (1 val.) Suponha que o custo da cobertura diminui 5 cêntimos por 100 g. Qual será o impacto na solução ótima?
- (iii) (1 val.) Qual o impacto no custo ótimo da sobremesa se forem utilizadas taças maiores, com capacidade máxima de 500 g?

e) (1_val.) Escreva a seguinte restrição adicional à formulação: para cada 100 g de cobertura, a sobremesa deve conter pelo menos 200 g de iogurte.

2. (2,5 val.) Considere o quadro do simplex, de um problema de maximização. Complete o quadro e faça **uma iteração** do método do simplex. Escreva e classifique, justificando, a solução atual e a solução obtida.

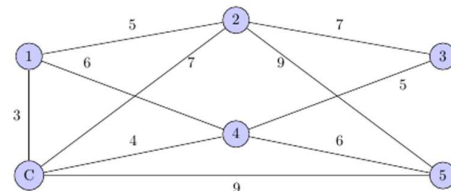
VB	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	TI
z	0	-10	0	5	12	5
	1	1	0	-1	1	2
	0	2	1	-1	-1	1

3. Uma chocolataria vai lançar 4 sobremesas de chocolate (S1, S2, S3 e S4), produzidas por 3 chefs (C1, C2 e C3). Cada chef tem capacidade e custo de produção diferentes para cada sobremesa. Todos os chefs podem produzir qualquer sobremesa, exceto C2 que não pode produzir S3. Cada sobremesa é produzida por apenas um chef, e um dos chefs terá de produzir dois tipos de sobremesas. A tabela seguinte indica a capacidade diária, procura e custo de produção unitário.

Chef\ Sobremesa	S1	S2	S3	S4	Capacidade de produção
C1	4	3	2	4	50
C2	3	4	-	2	50
C3	3	2	3	2	20
Nº sobremesas necessárias	20	20	20	30	

- a) (1,5 val.) Apresente uma solução admissível para o problema e o seu custo.
b) (2 val.) Apresente um modelo de programação linear que lhe permita determinar a atribuição dos chefs às sobremesas de forma a minimizar o custo total de produção.

4. A rede representa a localização de um chef na cozinha da chocolataria (vértice C) e dos seus subchefs (vértices 1 a 5), bem como os possíveis canais para a passagem de componentes das sobremesas. Os valores junto de cada ligação correspondem ao custo de construção desse canal. O objetivo é construir, no **menor custo total possível**, uma rede de canais para fazer chegar componentes das sobremesas ao chef para que as possa finalizar. Os subchefs podem fazer chegar as componentes a outros subchefs (não necessariamente diretamente ao chef), que depois enviam ao chef.



- a) (1,5 val.) Aplique um dos algoritmos estudados para determinar a rede de custo total mínimo que a chocolataria deve construir.
b) (1 val.) Diga, justificando, se existem soluções ótimas alternativas.
5. (1,5 val.) Considere a variável binária y_i que indica se a atividade i é ($y_i = 1$) ou não ($y_i = 0$) selecionada, para $i = s, r$. Indique, justificando, o valor lógico da afirmação:
“A restrição $y_s \leq y_r$ modela que a atividade r só pode ser selecionada se a atividade s também for selecionada.”